

UOGÓLNIONY PRZEPŁYW POISEUILLE'A PŁYNU MIKROPOLARNEGO DRUGIEGO RZĘDU W SZCZELINIE MIĘDZY DWOMA WSPÓŁOSIOWYMI WALCAMI

EDWARD WALICKI,
JANUSZ ZACHWIEJA

Bydgoszcz

Wstęp

Skomplikowane przepływy cieczy newtonowskich i nienewtonowskich w kanałach, mające miejsce w rozmaitych procesach przemysłowych, nie są jak dotąd szczegółowo zbadane. Dotyczy to zwłaszcza płynów mikropolarnych Eringena ze względu na cechującą je mikrobezładność oraz dodatkowy moment masowy i naprężenie momentowe. Tym samym, celem wyznaczenia wielkości opisujących pole przepływu, należy rozwiązywać układ równań wynikających z zasad zachowania: masy, energii, pędu oraz momentu pędu pierwszego a w szczególnych przypadkach również wyższych rzędów. Stwarza to problemy zarówno natury czysto matematycznej jak również fizycznej wobec konieczności wyznaczenia wartości dodatkowych współczynników lepkości.

Pierwszej próby konstrukcji ogólnej teorii ośrodka z mikrostrukturą dokonali bracia E. i F. Cosserat w 1909 roku, jednakże dopiero w ostatnim dwudziestolecu problem ten został podjęty na nowo, skupiając uwagę badaczy. Współczesne poglądy odnośnie płynów mikropolarnych bazują głównie na założeniach teorii naprężeń momentowych oraz teorii mikropłynów Eringena [1]. Tenże [2] wraz z Suhubim [3] rozwinął ogólną teorię ośrodka mikropolarnego, dyskutując w [4] termodynamiczne ograniczenia wartości współczynników lepkości dla płynów mikropolarnych. Podobne problemy były przedmiotem rozważań Kazakii i Arimana [5]. Ciekawy przegląd prac na temat płynów z mikrostrukturą został dokonany przez Arimana, Turka i Sylvestra [6, 7].

Porównanie założeń fizycznych stanowiących podstawę modeli płynów Stokesa oraz Eringena prowadzi do wniosku, że ten ostatni wierniej opisuje przepływy zawiesin, co potwierdziły badania Kline'a, Allena i De Silvy [8] nad mechanicznymi i reologicznymi własnościami zawiesin, emulsji, płynnych kryształków oraz krwi i płynów fizjologicznych. Ahmadi, Koh i Goldschmidt [9, 10] uogólnili teorię płynów mikropolarnych na przypadek ośrodka w którym mikroruch opisywany jest dodatkowo wektorem mikrorotacji drugiego rzędu. Równania ruchu tych płynów wyprowadzone w pracach [11, 12] nie zostały dotąd rozwiązane dla przypadków bardziej złożonych przepływów.

Celem niniejszej pracy jest analiza uogólnionego przepływu Poiseuille'a płynu mikropolarnego drugiego rzędu w przestrzeni między dwoma współosiowymi cylindrami, ze szczególnym uwzględnieniem wpływu wielkości szczeliny na kształt profili prędkości i mikrorotacji.

1. Równania ruchu

Równania ruchu nieściśliwego płynu mikropolarnego drugiego rzędu, wyprowadzone w oparciu o zasady zachowania masy, pędu oraz momentu pędu pierwszego i drugiego rzędu mają postać [11, 12]

$$(1.1) \quad \operatorname{div} V = 0,$$

$$(1.2) \quad \rho \frac{dV}{dt} = \rho f - \operatorname{grad} p + (\lambda_v + \mu_v) \operatorname{grad}(\operatorname{div} V) + k_v \operatorname{rot} v (\mu_v + k_v) \operatorname{rot}(\operatorname{rot} V),$$

$$(1.3) \quad \rho \left(j \frac{dv}{dt} + \frac{dV}{dt} \times i \right) = \rho f_1 - \gamma_v \operatorname{rot}(\operatorname{rot} v) + (\alpha_v + \beta_v + \gamma_v) \operatorname{grad}(\operatorname{div} v) + k_v \operatorname{rot} V - \\ - 2k_v v - \beta_0 \operatorname{rot} \mu,$$

$$(1.4) \quad \frac{3}{2} j \rho \frac{dV}{dt} = \rho f_2 + 2(\beta_0 - \eta_v) \mu + (\gamma_v - \beta_v) \operatorname{rot} v + \\ + 3[(\alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2) \operatorname{grad}(\operatorname{div} \mu) - \alpha_2 \operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mu)],$$

gdzie:

V — wektor prędkości przepływu

ρ — gęstość

p — ciśnienie

v — wektor mikrorotacji pierwszego rzędu

μ — wektor mikrorotacji drugiego rzędu

f — wektor sił masowych jednostkowych

f_1 — wektor jednostkowych momentów masowych pierwszego rzędu

f_2 — wektor jednostkowych momentów masowych drugiego rzędu

i — wektor mikrobezładności

j — gęstość mikrobezładności

λ_v — współczynnik lepkości objętościowej

k_v — współczynnik lepkości sprzężenia

μ_v — współczynnik lepkości ścinania

$\alpha_v, \beta_v, \delta_v$ — współczynniki lepkości obrotowych

$\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \eta_v$ — dodatkowe współczynniki lepkości

Pomiędzy wartościami współczynników lepkości istnieją wzajemne związki. Warunki termodynamiczne nakładają na nie następujące ograniczenia [11]

$$(1.5) \quad \begin{aligned} 3\lambda_v + 2\mu_v + k_v &\geq 0, & 2\mu_v + k_v &\geq 0, & k_v &\geq 0, \\ 3\alpha_v + 2\gamma_v &\geq 0, & -\gamma_v &\leq \beta_v \leq \gamma_v, & \gamma_v &\geq 0, \\ 3\alpha_0 + 2\alpha_v &\leq 0, & -\alpha_2 &\leq \alpha_1 \leq \alpha_2, & \alpha_2 &\geq 0, \\ \eta_v + \beta_0 &\leq 0, & 8\gamma_v(\beta_0 + \eta_v) &\leq (\beta_0 + \gamma_v - \beta_v)^2. \end{aligned}$$

2. Konfiguracja przepływu

Rozważony zostanie przepływ płynu mikropolarnego drugiego rzędu w szczelinie pomiędzy dwoma współosiowymi cylindrami przy użyciu równań (1.1 - 1.4). W tym celu wprowadzimy układ współrzędnych walcowych czyniąc jednocześnie założenia stacjonar-

ności przepływu oraz dopuszczalności pominięcia sił i momentów masowych. W obranym układzie współrzędnych wektory V , v , μ posiadają następujące składowe:

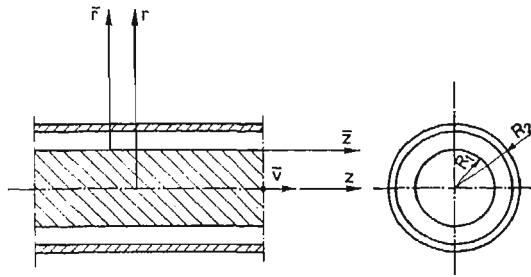
$$(2.1) \quad V \sim v_z(r) \quad v \sim v_\theta(r) \quad \mu \sim \mu_z(r).$$

Równania ruchu (1.2 - 1.4) wobec nałożonych warunków, oraz po uwzględnieniu równania (1.1) sprowadzają się do układu:

$$(2.2) \quad -\frac{dp}{dz} + (\mu_v + k_v) \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dv_z}{dr} \right) + k_v \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rv_\theta) = 0,$$

$$(2.3) \quad \gamma_v \frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rv_\theta) \right] - k_v \frac{dv_z}{dr} - 2k_v v_\theta + \beta_0 \frac{d\mu_z}{dr} = 0,$$

$$(2.4) \quad 2(\beta_0 - \eta_v) \mu_z + (\gamma_v - \beta_v) \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rv_\theta) + 3\alpha_2 \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\mu_z}{dr} \right) = 0.$$



Rys. 1. Schemat układu geometrycznego przepływu

Rozwiązania równań (2.2 - 2.4) podlegają następującym warunkom brzegowym:

$$(2.5) \quad \begin{aligned} v_z &= V & \text{dla } r &= R_1, \\ v_z &= 0 & \text{dla } r &= R_2, \\ v_z &= \mu_z = 0 & \text{dla } r &= R_1 \quad \text{i } r = R_2. \end{aligned}$$

przy czym $R_2 > R_1$.

3. Rozwiązanie równań ruchu

W celu rozważenia wpływu wielkości szczeliny $R_2 - R_1$ na kształt profili prędkości i mikrorotacji wprowadzono następujące zmienne bezwymiarowe:

$$(3.1) \quad \begin{aligned} \bar{r} &= \frac{r - R_1}{R_2 - R_1}, & \bar{z} &= \frac{z}{R_2 - R_1}, \\ \bar{v}_z &= \frac{v_z}{u}, & \bar{v}_\theta &= \frac{v_\theta}{u} (R_2 - R_1), & \bar{\mu}_z &= \frac{\mu_z}{u} (R_2 - R_1)^2, \\ \bar{p} &= \frac{p}{\rho u^2}. \end{aligned}$$

Zgodnie z przyjętymi zmiennymi bezwymiarowymi (3.1), liczby podobieństwa wyrażające stosunki wielkości charakterystycznych występujących w rozważanym przepływie do stałych materiałowych dają się wyrazić jako:

$$\begin{aligned}
 \text{Re} &= \frac{\rho u (R_2 - R_1)}{\mu} && \text{--- newtonowska liczba Reynoldsa,} \\
 \text{Rem} &= \frac{\rho u (R_2 - R_1)}{\mu_v + k_v} && \text{--- mikropolarna liczba Reynoldsa,} \\
 \text{Rint} &= \frac{\rho u (R_2 - R_1)}{k_v} && \text{--- liczba Reynoldsa oddziaływania pomiędzy} \\
 &&& \text{prędkością przepływu i mikrorotacją,} \\
 \text{Rw} &= \frac{\rho u (R_2 - R_1)^3}{\gamma_v} && \text{--- mikrorotacyjna liczba Reynoldsa} \\
 \text{Lp1} &= \frac{3\rho u (R_2 - R_1)^3}{4(\nu_0 - \beta_0)} \\
 \text{Lp2} &= \frac{3\rho u (R_2 - R_1)^3}{2(\gamma_v - \beta_v)} \\
 \text{Lp3} &= \frac{\rho u (R_2 - R_1)^5}{2\alpha_2} \\
 \text{Lp4} &= -\frac{\rho u (R_2 - R_1)^3}{\beta_0}
 \end{aligned}
 \tag{3.2}$$

— dodatkowe liczby podobieństwa.

Występująca w związkach (3.2) wielkość U posiada sens pewnej charakterystycznej prędkości, którą jest średnia prędkość przepływu płynu newtonowskiego o tej samej liczbie Reynoldsa, w identycznym układzie geometrycznym. W celu przeanalizowania wpływu warunków Couette'a i Poiseuille'a na przepływ uogólniony wprowadzono wielkości bezwymiarowe α i β . Dzięki temu rozpatrywaną prędkość średnią można wyrazić w następującej postaci:

$$\begin{aligned}
 v_{sr} &= -\frac{1}{8\mu} \frac{1}{\alpha} \frac{dp}{dz} (R_2^2 - R_1^2) \left(\frac{1+k^2}{1-k^2} + \frac{1}{\ln k} \right), \\
 v_{sr} &= -\frac{V}{\beta} \left(\frac{k^2}{1-k} + \frac{1}{2\ln k} \right),
 \end{aligned}
 \tag{3.3}$$

gdzie:

$$k = \frac{R_1}{R_2} \quad \alpha = \frac{dp}{dz} \bigg/ \left(\frac{dp}{dz} \right)_m \quad \beta = V/V_m
 \tag{3.4}$$

Jeżeli przyjmiemy stały wydatek cieczy, wówczas $\alpha + \beta = 1$. W zależnościach (3.4) wielkości $\left(\frac{dp}{dz} \right)_m$ i v_m są odpowiednio gradientem ciśnienia w przepływie Poiseuille'a oraz prędkością przemieszczania się wewnętrznego walca w przepływie Couette'a.

Rozwiązanie układu równań (2.2-2.4) w postaci bezwymiarowej ma formę:

$$\begin{aligned}
 \bar{v}_z &= C_1 I_0 \left[\varphi \left(\bar{r} + \frac{k}{1-k} \right) \right] + C_2 I_0 \left[\psi \left(\bar{r} + \frac{k}{1+k} \right) \right] + C_3 K_0 \left[\varphi \left(\bar{r} + \frac{k}{1-k} \right) \right] + \\
 &+ C_4 K_0 \left[\psi \left(\bar{r} + \frac{k}{1-k} \right) \right] + C_5 \ln \left(\bar{r} + \frac{k}{1-k} \right) + C_6 -
 \end{aligned}
 \tag{3.5}$$

$$(3.5) \quad \text{[cd.]} \quad - \frac{2\alpha(1-k)^2}{\left[(1+k^2) + \frac{1-k^2}{\ln k}\right]} \left(\bar{r} + \frac{k}{1-k}\right)^2,$$

$$(3.6) \quad \bar{v}_\theta = \frac{\text{Rint}}{\text{Rem}} \left\{ -C_1 \varphi I_1 \left[\varphi \left(\bar{r} + \frac{k}{1-k} \right) \right] - C_2 \psi I_1 \left[\psi \left(\bar{r} + \frac{k}{1-k} \right) \right] + \right. \\ \left. + C_3 \varphi K_1 \left[\varphi \left(\bar{r} + \frac{k}{1-k} \right) \right] + C_4 \psi K_1 \left[\psi \left(\bar{r} + \frac{k}{1-k} \right) \right] \right\} + \\ + \frac{C_5}{2} \frac{1}{\bar{r} + \frac{k}{1-k}} + \frac{2\alpha(1-k)^2}{\left[(1+k^2) + \frac{1-k^2}{\ln k}\right]} \left(\bar{r} + \frac{k}{1-k} \right),$$

$$(3.7) \quad \bar{\mu}_z = \frac{\text{Lp4}}{\text{Rw}} \frac{\text{Rint}}{\text{Rem}} \left\{ (a^2 - \varphi^2) C_1 I_0 \left[\varphi \left(\bar{r} + \frac{k}{1-k} \right) \right] + \right. \\ \left. + (a^2 - \psi^2) C_2 I_0 \left[\psi \left(\bar{r} + \frac{k}{1-k} \right) \right] + (a^2 - \varphi^2) C_3 K_0 \left[\varphi \left(\bar{r} + \frac{k}{1-k} \right) \right] + \right. \\ \left. + (a^2 - \psi^2) C_4 K_0 \left[\psi \left(\bar{r} + \frac{k}{1-k} \right) \right] \right\} + \frac{\text{Lp1}}{\text{Lp2}} \frac{4\alpha(1-k)^2}{\left[(1+k^2) + \frac{1-k^2}{\ln k}\right]},$$

przy czym:

$$(3.8) \quad \varphi^2 = \frac{1}{2} \{ a^2 + b^2 - d^2 + [(a^2 + b^2 - d^2)^2 - 4a^2 b^2]^{\frac{1}{2}} \}, \\ \psi^2 = \frac{1}{2} \{ a^2 + b^2 - d^2 - [(a^2 + b^2 - d^2)^2 - 4a^2 b^2]^{\frac{1}{2}} \},$$

gdzie:

$$a^2 = \frac{\text{Rw}}{\text{Rint}} \left(2 - \frac{\text{Rem}}{\text{Rint}} \right) \quad b^2 = \frac{\text{Lp3}}{\text{Lp1}} \quad d^2 = \frac{\text{Rw} \cdot \text{Lp3}}{\text{Lp2Lp4}}.$$

Stałe całkowania $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$ można wyznaczyć z warunków brzegowych (2.5), które we współrzędnych bezwymiarowych mają postać:

$$(3.9) \quad \bar{v}_z = 0 \quad \text{dla } \bar{r} = 1, \\ \bar{v}_z = - \frac{\beta}{\frac{k^2}{1-k^2} + \frac{1}{2 \ln k}} \quad \text{dla } \bar{r} = 0, \\ \bar{v}_\theta = \bar{\mu}_z = 0 \quad \text{dla } \bar{r} = 0; 1.$$

W równaniach (3.5 - 3.7) I_0, I_1, K_0, K_1 , są odpowiednio: zmodyfikowanymi funkcjami Bessela zerowego i pierwszego rzędu oraz funkcjami MacDonalda także zerowego i pierwszego rzędu.

Łatwo zauważyć, że uzyskane rozwiązania słuszne są jedynie dla $k > 0$, wówczas bowiem spełniony jest warunek ograniczonej wartości v_z, v_θ, μ_z w punkcie o współrzędnej $r = 0$. Przypadek rozwiązań dla $k = 0$ należy rozpatrzyć osobno. Odpowiada on warunkom

przepływu Poiseuille'a w rurze kołowej. Tym samym rozwiązanie układu równań (2.2 - 2.4) przy warunkach brzegowych

$$(3.10) \quad \begin{aligned} \bar{v}_z = \bar{v}_\theta = \bar{\mu}_z = 0 & \quad \text{dla } \bar{r} = 1 \\ \bar{v}_z, \bar{v}_\theta, \bar{\mu}_z & \quad \text{skończone dla } r = 0, \end{aligned}$$

przedstawiają się następująco:

$$(3.11) \quad \bar{v}_z = 2(1 - \bar{r}^2) + \frac{\text{Rem}}{\text{Rint}} \left\{ \frac{A}{\varphi} [\text{I}_0(\varphi) - \text{I}_0(\varphi\bar{r})] + \frac{B}{\psi} [\text{I}_0(\psi) - \text{I}_0(\psi\bar{r})] \right\},$$

$$(3.12) \quad \bar{v}_\theta = A \text{I}_1(\varphi\bar{r}) + B \text{I}_1(\psi\bar{r}) + 2\bar{r},$$

$$(3.13) \quad \bar{\mu}_z = \frac{\text{Lp4}}{\text{Rw}} \left\{ \frac{A}{\varphi} (a^2 - \varphi^2) [\text{I}_0(\varphi) - \text{I}_0(\varphi\bar{r})] + \frac{B}{\psi} (a^2 - \psi^2) [\text{I}_0(\psi) - \text{I}_0(\psi\bar{r})] \right\},$$

gdzie:

$$(3.14) \quad \begin{aligned} B &= 4 \frac{\frac{\psi}{2} \text{I}_0(\varphi)(a^2 - \varphi^2) + \frac{\text{Lp1}}{\text{Lp2}} \frac{\text{Rw}}{\text{Lp4}} \varphi\psi \text{I}_1(\varphi)}{\varphi(a^2 - \psi^2) \text{I}_0(\psi) \text{I}_1(\varphi) - \psi(a^2 - \varphi^2) \text{I}_0(\varphi) \text{I}_1(\psi)}, \\ A &= \frac{-2 - B \text{I}_1(\psi)}{\text{I}_1(\varphi)}. \end{aligned}$$

Ponieważ przy $R_1 \rightarrow 0$ $\bar{r} \rightarrow \frac{r}{R_2}$ tym samym ulegną odpowiednio zmianie określenia pozostałych wielkości bezwymiarowych.

Warunki (1.5) dyktują związki pomiędzy liczbami podobieństwa:

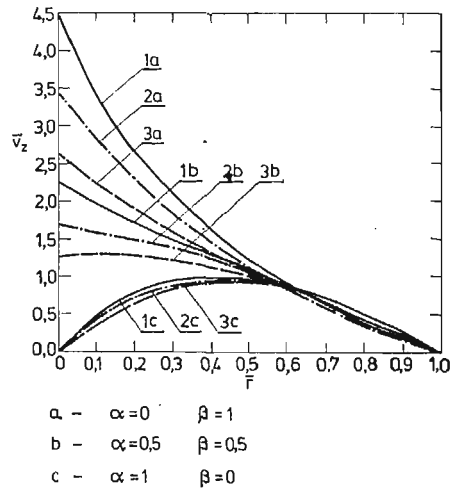
$$(3.15) \quad \begin{aligned} \frac{1}{\text{Lp1}} &\geq \frac{\text{Rw}}{6} \left(\frac{3}{2\text{Lp2}} - \frac{1}{\text{Lp4}} \right)^2 + \frac{8}{3\text{Lp4}}, \\ \frac{1}{\text{Lp2}} &\leq \frac{4}{3\text{Rw}}. \end{aligned}$$

Wartości liczb podobieństwa Rem, Rint, Rw zostały przyjęte w oparciu o wyniki prac ALLENA i KLINE'A [13] oraz ARIMANA, TURKA i SYLVESTRA [14]. Wartości dodatkowych liczb podobieństwa Lp1, Lp2, Lp3, Lp4 wynikają bezpośrednio z ograniczeń termodynamicznych.

Rys. 2 - 4 ilustrują wpływ wielkości szczeliny na kształt profili bezwymiarowych prędkości: liniowej prędkości przepływu oraz mikrorotacji pierwszego i drugiego rzędu określonych zależnościami (3.1). Dokonano również analizy wpływu wartości dodatkowych liczb podobieństwa na kształt profilu bezwymiarowej mikrorotacji drugiego rzędu dla przepływu w szczelinie oraz przepływu Poiseuille'a w kanale walcowym. Wyniki przedstawiono na rys. 5 - 6.

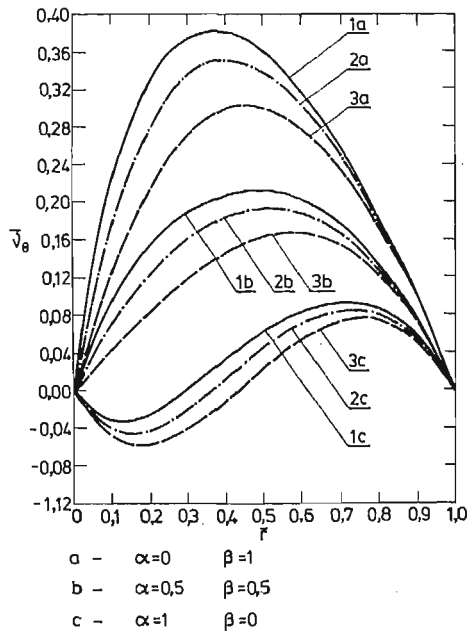
4. Wnioski

Dyskusja formuł (3.5 - 3.7) oraz (3.11 - 3.14) jak również analiza prezentowanych wykresów prowadzi do następujących wniosków:



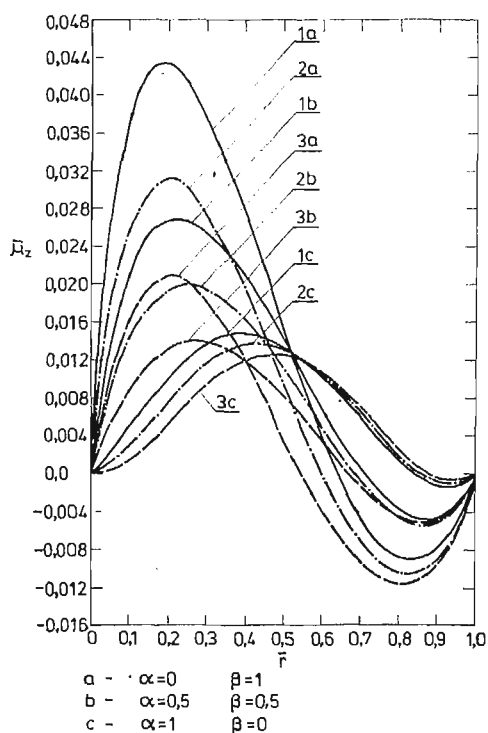
| Nr | R _{int} | R _w | Re _m | Lp1 | Lp2 | Lp3 | Lp4 | k |
|----|------------------|----------------|-----------------|------|-----|-----|-----|-------|
| 1 | 0,0833 | 0,1 | 0,0625 | 0,01 | 0,1 | 0,1 | 0,1 | 0,125 |
| 2 | | | | | | | | 0,250 |
| 3 | | | | | | | | 0,500 |

Rys. 2. Wpływ wielkości szczeliny na kształt profili prędkości przepływu płynu mikropolarnego drugiego rzędu



| Nr | R _{int} | R _w | Re _m | Lp1 | Lp2 | Lp3 | Lp4 | k |
|----|------------------|----------------|-----------------|------|-----|-----|-----|-------|
| 1 | 0,0833 | 0,1 | 0,0625 | 0,01 | 0,1 | 0,1 | 0,1 | 0,125 |
| 2 | | | | | | | | 0,250 |
| 3 | | | | | | | | 0,500 |

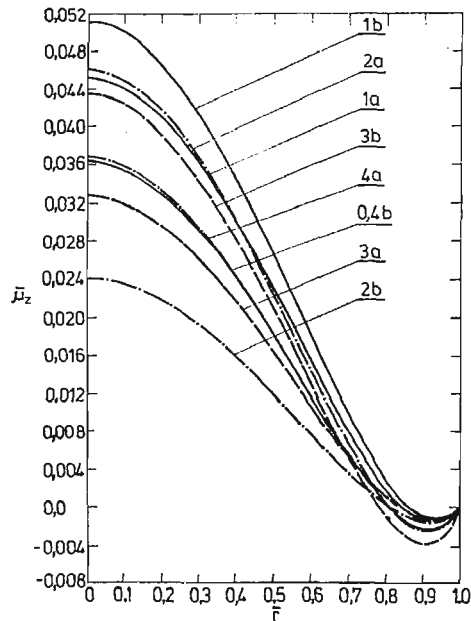
Rys. 3. Wpływ wielkości szczeliny na kształt profili mikrorotacji pierwszego rzędu



| Nr | Rint | Rw | Rem | Lp1 | Lp2 | Lp3 | Lp4 | k |
|----|--------|-----|--------|------|-----|-----|-----|-------|
| 1 | | | | | | | | 0,125 |
| 2 | 0,0833 | 0,1 | 0,0625 | 0,01 | 0,1 | 0,1 | 0,1 | 0,250 |
| 3 | | | | | | | | 0,500 |

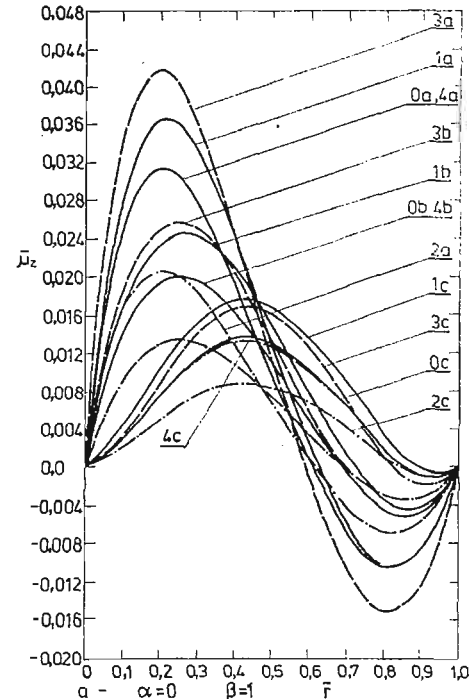
Rys. 4. Wpływ wielkości szczeliny na kształt profili mikrorotacji drugiego rzędu

1. Wzrost wymiaru szczeliny pociąga za sobą zmniejszenie się wartości \bar{v}_z zarówno w przepływie Couette'a jak i przepływie Poiseuille'a. Podobnie rzecz się ma z bezwymiarową mikrorotacją pierwszego rzędu \bar{v}_θ .
2. Wartość liczbowa bezwymiarowej mikrorotacji drugiego rzędu maleje ze wzrostem wielkości szczeliny w przypadku przepływu Couette'a. W przepływie Poiseuille'a w sąsiedztwie oraz pewnej odległości od wewnętrznej powierzchni walcowej istnieją obszary w których wzrost wymiaru szczeliny wywołuje zmniejszenie liczbowej wartości bezwymiarowej mikrorotacji drugiego rzędu. W okolicach zewnętrznej powierzchni efekt jest odwrotny.
3. W sąsiedztwie zewnętrznej powierzchni walcowej następuje zmiana znaku wartości bezwymiarowej mikrorotacji drugiego rzędu.
4. W rozpatrywanym zakresie zmian wartości dodatkowych liczb podobieństwa wzrostowi Lp3 w przepływie Poiseuille'a i Couette'a w szczelinie towarzyszy wzrost bezwzględnej wartości bezwymiarowej mikrorotacji drugiego rzędu, a wzrostowi Lp2 jej spadek. Większym liczbom Lp1 odpowiadają większe wartości bezwymiarowej mikrorotacji



| Nr | Rint | Rw | Rem | Lp1 | Lp2 | Lp3 | Lp4 |
|----|--------|-----|--------|-------|------|------|------|
| 0 | | | | 0,01 | 0,1 | 0,1 | 0,1 |
| 1a | | | | 0,015 | 0,1 | 0,1 | 0,1 |
| 1b | | | | 0,02 | 0,1 | 0,1 | 0,1 |
| 2a | | | | 0,01 | 0,08 | 0,1 | 0,1 |
| 2b | 0,0833 | 0,1 | 0,0625 | 0,01 | 0,15 | 0,1 | 0,1 |
| 3a | | | | 0,01 | 0,1 | 0,08 | 0,1 |
| 3b | | | | 0,01 | 0,1 | 0,15 | 0,1 |
| 4a | | | | 0,01 | 0,1 | 0,1 | 0,08 |
| 4b | | | | 0,01 | 0,1 | 0,1 | 0,15 |

Rys. 6. Wpływ wartości dodatkowych liczb podobieństwa na kształt profili mikrorotacji drugiego rzędu dla przepływu Poiseuille'a w kanale walcowym



| Nr | Rint | Rw | Rem | Lp1 | Lp2 | Lp3 | Lp4 |
|----|--------|-----|--------|------|------|------|------|
| 0 | | | | 0,01 | 0,1 | 0,1 | 0,1 |
| 1 | | | | 0,02 | 0,1 | 0,1 | 0,1 |
| 2 | 0,0833 | 0,1 | 0,0625 | 0,01 | 0,15 | 0,1 | 0,1 |
| 3 | | | | 0,01 | 0,1 | 0,15 | 0,1 |
| 4 | | | | 0,01 | 0,1 | 0,1 | 0,15 |

Rys. 5. Wpływ wartości dodatkowych liczb podobieństwa na kształt profili mikrorotacji drugiego rzędu

drugiego rzędu, natomiast wpływ Lp_4 okazał się nieznaczny. Analogiczne zmiany zachodzą w przypadku przepływu Poiseuille'a w kanale walcowym.

Wnioski tak sformułowane są słuszne dla prawie wszystkich punktów płaszczyzny przepływu przechodzącej przez normalną do obu powierzchni walcowych.

Literatura cytowana w tekście

1. A. C. ERINGEN, Int. J. Engng. Sci. **2**, 205, 1964.
2. A. C. ERINGEN, Int. J. Engng. Sci. **8**, 819, 1970.
3. A. C. ERINGEN, E. ŞUHUBI, Int. J. Engng. Sci. **2**, 189, 1964.
4. A. C. ERINGEN, J. Math. Mech. **16**, 1, 1966.
5. Y. KAZAKIA, T. ARIMAN, Reol. Acta, **10**, 319, 1971.
6. T. ARIMAN, M. A. TURK, N. D. SYLVESTER, Int. J. Engng. Sci. **11**, 905, 1973.
7. T. ARIMAN, M. A. TURK, N. D. SYLVESTER, Int. J. Engng. Sci. **12**, 273, 1974.
8. K. A. KLINE, S. J. ALLEN, C. N. DE SILVA, Biorheology, **5**, 111, 1968.
9. G. AHMADI, S. L. KOH, V. W. GOLDSCHMIDT, Recent Adv. Engng. Sci. Part 2, **5**, 9, 1970.
10. G. AHMADI, S. L. KOH, V. W. GOLDSCHMIDT, Iranian J. Sci. and Techn. **1**, 233, 1971.
11. G. AHMADI, Bulletin de L'Academie Polonaise des Sciences, **6**, 15, 1977.
12. G. AHMADI, Rheol. Acta, **14**, 710, 1975.
13. S. J. ALLEN, K. A. KLINE, Trans. Soc. Rheol. **12**, 4457, 1968.
14. M. A. TURK, N. D. SYLVESTER, T. ARIMAN, J. Biomech, **5**, 185, 1973.

Резюме

ОБОБЩЕННОЕ ТЕЧЕНИЕ ПУАСЕЙЛЯ ВТОРОГО РЯДА МИКРОПОЛЯРНОЙ ЖИДКОСТИ МЕЖДУ ДВУМЯ КОАКСИАЛЬНЫМИ ЦИЛИНДРАМИ

В работе представлено решение уравнений изображающих движение микрополярной жидкости второго порядка в обобщённом течении Пуасейля в зазоре между двумя коаксиальными цилиндрами. Проведен анализ влияния добавочных коэффициентов вязкости и величины зазора на форму профиля скорости и микроротации. Результаты иллюстрированы графиками.

Summary

THE GENERALIZED POISEUILLE FLOW OF A SECOND ORDER MICROPOLAR FLUID IN THE CLEARANCE BETWEEN TWO CYLINDERS

The solution is presented of the set of equations describing a generalized Poiseuille flow of a second order micropolar fluid in the clearance between the cylinders of the same axis. The effect is discussed of additional coefficients of viscosities and the width of clearance between the cylinders on the shapes of profiles of linear and micropolar velocities. The results are given in the form of diagrams and tables.

Praca została złożona w Redakcji dnia 7 kwietnia 1981 roku